3.31. Pretende-se testar se a proporção de ulmeiros afectados pela grafiose é idêntica em duas zonas A e B. Na zona A foi recolhida uma amostra aleatória de 30 ulmeiros e verificou-se que 20 estavam afectados pela grafiose. Na zona B recolheu-se uma amostra de 35 ulmeiros e verificou-se que 27 estavam afectados pela grafiose. Que conclusão se pode tirar ao nível de significância de 0.05?

SEJAM X v.a. nº ULMEIROS AFECTADOS ENTRE OS 30 DA ZONA A

Y " " " " 35 " " B

"SUCESSO" "PROVAS"

NAS CONDIÇÕES DA DISTRIBUIÇÃO BINOMIAL (PROVAS DE BERNOULLI INDEPENDENTES):

$$X \cap B(n=30, \boxed{p_1}) \; ; \; Y \cap B(n=35, \boxed{p_2})$$

SENDO p_1 A VERDADEIRA (DESCONHECIDA) PROPORÇÃO DE ULMEIROS AFECTADOS NA ZONA A.

E p_2 " " " B.

PRETENDE-SE DISCUTIR SE $p_1 = p_2$. VAMOS FAZER ISSO DE DUAS FORMAS ALTERNATIVAS.

(I) ATRAVÉS DE UM INTERVALO A 95% DE CONFIANÇA

$\boxed{p_1 - p_2}$	n_1 e n_2 'grandes'	$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}_1\hat{q}_1/n_1 + \hat{p}_2\hat{q}_2/n_2} < p_1 - p_2 <$ $< \hat{p}_1 - \hat{p}_2 + z_{\alpha/2}\sqrt{\hat{p}_1\hat{q}_1/n_1 + \hat{p}_2\hat{q}_2/n_2}$

$$\boxed{\hat{p}_1 = \frac{20}{30}} \; ; \; \boxed{\hat{p}_2 = \frac{27}{35}} \; ; \; n_1 = 30 \; ; \; n_2 = 35$$

$\alpha = 0.05$; $z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$ TABELA $\qquad \hat{q}_1 = 1 - \hat{p}_1$

I.C. A 95% PARA $p_1 - p_2$:

$$\left] \frac{20}{30} - \frac{27}{35} - 1.96\sqrt{\frac{\frac{20}{30}\cdot\frac{10}{30}}{30} + \frac{\frac{27}{35}\cdot\frac{8}{35}}{35}} \; , \; \frac{20}{30} - \frac{27}{35} + 1.96\sqrt{\frac{\frac{20}{30}\cdot\frac{10}{30}}{30} + \frac{\frac{27}{35}\cdot\frac{8}{35}}{35}} \right[$$

(20/30-27/35)-1.96*sqrt(20*10/(30*30*30)+27*8/(35*35*35))=-0.323416646984195

(20/30-27/35)+1.96*sqrt(20*10/(30*30*30)+27*8/(35*35*35))=0.113892837460386

QUE É $]-0.32, 0.11[$

ASSIM, COM 95% DE CONFIANÇA, ADMITE-SE QUE $p_1 - p_2 = 0$, OU SEJA QUE A PROPORÇÃO DE ULMEIROS AFECTADOS É IGUAL EM A E B.

OU, EM ALTERNATIVA, (II) ATRAVÉS DE UM TESTE

NESTE CASO, O TESTE A REALIZAR É:

$p_1 - p_2$	n_1 e n_2 'grandes'	$\boxed{p_1 = p_2}$	$\boxed{p_1 \neq p_2}$	$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(1/n_1 + 1/n_2)}}$	$\boxed{Z < -z_{\alpha/2} \text{ ou } Z > z_{\alpha/2}}$
		$p_1 \leq p_2$	$p_1 > p_2$	com $\boxed{\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2}}$	$Z > z_\alpha$
		$p_1 \geq p_2$	$p_1 > p_2$		$Z < -z_\alpha$

1. $H_0: p_1 = p_2$ vs $H_1: p_1 \neq p_2$; $\alpha = 0.05$

2. $Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}(1/n_1 + 1/n_2)}}$ sob H_0, $Z \simeq N(0,1)$

3. REGIÃO CRÍTICA: $z_{\alpha/2} = z_{0.025} = 1.96$ TABELA

R.C: $\boxed{]-\infty, -1.96[\cup]1.96, +\infty[}$

4. $z_{CALC} = \frac{\frac{20}{30} - \frac{27}{35}}{\sqrt{\frac{47}{65} \times \frac{18}{65} \times \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{35}\right)}} = -0.94$

$\hat{p}_1 = 20/30$
$\hat{p}_2 = 27/35$
$\hat{p} = \frac{47}{65}$

(20/30-27/35)/sqrt((47*18/65^2)*(1/30+1/35))=-0.940956469178272

5. CONCLUSÃO: COMO $z_{CALC} = -0.94$ NÃO PERTENCE À REGIÃO CRÍTICA, ENTÃO NÃO SE REJEITA H_0 E ADMITE-SE QUE AS PROPORÇÕES DE INFECTADOS SÃO IGUAIS EM A E EM B.